

Θέμα Α

A₁. Τι ονομάζουμε πραγματική συνάρτηση πραγματικής μεταβλητής;

Μονάδες 6

A₂. Τι ονομάζουμε γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f ;

Μονάδες 4

A₃. Τι ονομάζουμε εξίσωση της γραφικής παράστασης μιας συνάρτησης f ;

Μονάδες 5

A₄. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιο σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- i. Η συνάρτηση $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ έχει πεδίο ορισμού το $\mathbb{R}$
- ii. Μια συνάρτηση $f(x)$ τέμνει τον άξονα x' σε ένα σημείο της μορφής $M(0, y_0)$
- iii. Ένα σημείο $M(\alpha, \beta)$ του επιπέδου των αξόνων ανήκει στην γραφική παράσταση της f , μόνο όταν $f(\alpha) = \beta$
- iv. Μια συνάρτηση f είναι συνεχής σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της, όταν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$
- v. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l_1$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = l_2$, όπου $l_1, l_2 \in \mathbb{R}$ τότε ισχύει:
 $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) \cdot g(x)) = l_1 + l_2$

Μονάδες 10

Θέμα Β

B₁. Να βρείτε το πεδίο ορισμού καθεμιάς από τις παρακάτω συναρτήσεις:

- i. $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x^2 - 4}$
- iii. $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x-5}$
- ii. $f(x) = \sqrt{-x^2 + 3x - 2}$
- iv. $f(x) = \sqrt{x^3 - 2x^2 - x + 2}$

Μονάδες 10

B₂. Να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια:

- i. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{2x - 6}$
- iii. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 - 4x}{6 + 3x}$
- ii. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^3 - 7x + 6}$
- iv. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - \sqrt{5x - 6}}{\sqrt{x} - \sqrt{3}}$

Μονάδες 10

$$B_3. \text{ Δίνεται η συνάρτηση } f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+3}-2}{x^2+x}, & x \neq -1 \\ \frac{2\alpha+3}{4}, & x = -1 \end{cases}. \text{ Να βρείτε την τιμή του } \alpha \in \mathbb{R} \text{ για}$$

την οποία η συνάρτηση f είναι συνεχής στο $x = -1$

Μονάδες 5

Θέμα Γ

Δίνεται συνεχής συνάρτηση:

$$f(x) = x^2 - 7x + k$$

για την οποία ισχύει:

$$f(-1) = 14$$

Γ_1 . Να αποδείξετε ότι $k = 6$

Μονάδες 4

Για $k = 6$

Γ_2 . Να υπολογίσετε τις τιμές $f(0)$, $f(-2)$, $f(3)$

Μονάδες 3

Γ_3 . Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες

Μονάδες 5

Γ_4 . Να βρείτε το διάστημα στο οποίο η γραφική παράσταση της f βρίσκεται κάτω από τον άξονα $x'x$

Μονάδες 6

Γ_5 . Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x^2 - 1}$

Μονάδες 7

Αντωνάτος Γιώργος
Μαθηματικός

Θέμα Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{2x^2 + \alpha x + \beta}{x - 1}$ της οποία η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο $A(-2, 4)$ και τέμνει τον άξονα $x'x$ στο σημείο με τετμημένη -4 .

Δ_1 . Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f και να υπολογίσετε τους αριθμούς α και β

Μονάδες 5

Για $\alpha = 6$ και $\beta = -8$

Δ_2 . Να βρείτε τα διαστήματα στα οποία η C_f δεν βρίσκεται πάνω από τον άξονα $x'x$

Μονάδες 4

Δ_3 . Να απλοποιήσετε τον τύπο της f

Μονάδες 3

Έστω συνάρτηση $g(x) = -x^2 + 11$

Δ₄. Να βρείτε τα σημεία τομής των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων f και g

Μονάδες 7

Δ₅. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{f(x) - g(x)}{\sqrt{x+4} - 1}$

Μονάδες 6

Καλή Διασκέδαση !!!



Αντωνάτος Γιώργος
Μαθηματικός